

基于不确定型层次分析法的边坡稳定模糊评判方法

翟友成¹, 曹文贵¹, 王江营¹, 张永杰²

(1. 湖南大学 岩土工程研究所, 长沙 410082; 2. 长沙理工大学 岩土工程研究所, 长沙 410076)

摘 要: 针对边坡稳定性影响因素众多复杂, 且存在模糊不确定性和层次性的特点, 首先引入锚固边坡稳定性分析二级模糊综合评判模型, 并基于模糊数学理论建立评价指标隶属度确定方法和模糊运算规则, 从而建立起锚固边坡稳定性分析的二级模糊综合评判方法; 然后, 考虑评价指标重要程度取值的不确定性、专家判断的模糊性以及群组决策的优势, 建立基于群组决策的不确定型层次分析(AHP)方法确定权重, 进而建立起基于 AHP 的锚固边坡稳定模糊评判方法, 最后通过工程实例分析和计算, 表明文中方法的可行性与合理性。

关 键 词: 边坡工程; 稳定性评价; 二级模糊综合评判; 不确定型 AHP; 群组决策

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Fuzzy evaluation method of slope stability based on uncertain analytic hierarchy process

ZHAI You-cheng¹, CAO Wen-gui¹, WANG Jiang-ying¹, ZHANG Yong-jie²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Institute of Geotechnical Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

Abstract: There are many complicated factors affecting slope stability. Considering the fuzziness and hierarchy feature of the factors, a secondary fuzzy comprehensive judgment model of stability of anchored slope is introduced. By using fuzzy mathematics theory to establish the method of determining membership degree and the operational rule of fuzzy, a secondary fuzzy comprehensive evaluation method is formulated. Taking account of the uncertainties of the importance degree of evaluation indices, the fuzziness of the judgment by experts and the advantage of group decision making, an uncertain analytic hierarchy process(AHP) based on group decision making is developed to calculating the weight vectors. Then fuzzy evaluation method of slope stability based on uncertain AHP is formulated. Finally, the method is used to analyze the practical engineering; it is shown that the method is feasible and reasonable.

Key words: slope engineering; stability evaluation; secondary fuzzy comprehensive evaluation; uncertain analytic hierarchy process; group decision making

1 引 言

边坡作为一种自然地质体, 其影响因素具有复杂性和不确定性, 且各因素的影响程度也不相同且不易确定, 人类对其认识尚存在局限性, 因此边坡稳定与失稳的界限实际上不是很清楚, 具有相当的模糊性, 现有传统分析方法^[1]难以反映这一特点, 而基于不确定性思想的模糊评判方法在边坡稳定性分析中具有独特优势, 如李彰明^[2]建立了边坡稳定性分析的模糊综合评价模型; 刘端伶等^[3]建立了岩

石边坡稳定性的二级模糊数学综合评判方法; 黄建文等^[1]探讨了基于 AHP 的模糊评判方法在边坡稳定性评价中的应用研究。上述研究促进了模糊评判方法在边坡稳定性评价中的应用。

但是, 评价指标的权重分析作为边坡稳定模糊评判方法的重要组成部分, 现有研究主要采用传统层次分析法计算权重, 虽然为多因素权重计算提供了一条可行的途径, 仍存在一定缺陷与不足, 主要表现为两方面: (1) 边坡工程是一个多因素复杂系统, 需要借助专家群体的经验和智慧对影响因素的

权重进行群组决策, 由于不同专家的工程经验、熟悉的领域具有较大的差异性, 使得每位专家给出的权重的可信度也往往具有较大的差异, 现有研究尚未考虑这一问题。(2) 对于单个专家, 传统层次分析法要求其在构造判断矩阵时给出精确数来判断两两因素间的重要程度, 但是, 由于影响因素的复杂性和不确定性、信息的灰色性, 专家很难对各因素间的相对重要程度做出绝对精确的判断, 而只能对此给出一个区间范围, 此时仍采用传统层次分析方法将缺乏可操作性, 也难以反映工程实际。

可见, 基于传统层次分析的边坡稳定模糊评判方法虽然可行, 但仍存在不足和局限性, 有必要进行进一步改进。

本文基于模糊数学理论, 考虑影响因素重要程度取值的不确定性以及专家认识的模糊性, 引入不确定型层次分析法和群组决策思想, 建立基于群组决策的不确定型层次分析 (AHP) 法计算权重, 从而建立基于不确定型 AHP 的锚固边坡稳定模糊评判方法, 以期使边坡稳定性评价的模糊综合评判方法更具合理性与可操作性。

2 基于不确定型 AHP 的锚固边坡稳定模糊评判方法

2.1 锚固边坡稳定分析二级模糊综合评判模型

采用模糊评判方法进行锚固边坡稳定性分析, 首先必须建立模糊综合评判模型, 即确定边坡稳定的影响因素。本文引入文献[4]建立的锚固边坡稳定性分析二级模糊综合评判模型, 如表 1 所列, 其包含 5 个二级评价指标和 13 个一级评价指标, 其能较全面地反映各因素对锚固边坡稳定的影响。

采用上述模型进行稳定性评判尚需建立合理的边坡稳定性分级标准, 根据现有常用的五级划分方法, 建立如表 2 所列的边坡稳定性评价标准。

表 2 边坡稳定性评价标准
Table 2 Evaluation standard of slope stability

等级	接受准则
一级	稳定, 不需采取处理措施和监测
二级	较稳定, 不需采取处理措施, 但需引起注意, 进行常规管理
三级	基本稳定, 需引起重视, 设计施工时需予以考虑, 并采取措施进行监控
四级	较不稳定, 必须采取相应的处理措施提高稳定性, 加强监测并建立预警措施
五级	不稳定, 设计施工方案不可接受, 必须高度重视并不惜代价采取措施提高边坡稳定性

2.2 二级模糊综合评判计算模型

采用模糊评判方法进行边坡稳定性分析必须建立相应的计算模型, 根据模糊数学理论以及锚固边坡稳定二级模糊综合评判模型, 得到锚固边坡稳定性分析二级模糊综合评判计算模型:

$$N_0 = W_0 \circ \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_5 \end{Bmatrix} = W_0 \circ \begin{Bmatrix} W_1 \circ U_1 \\ W_2 \circ U_2 \\ \vdots \\ W_5 \circ U_5 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: U_i 为 5 个二级评价指标 p_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 分别对应的一级评价指标 p_{ij} 的稳定性等级隶属度向量所构成的一级评判矩阵; “ $\circ$ ” 为模糊算子, 本文选用最为常用的加权平均型模糊算子^[2] $M(\cdot, \oplus)$; W_i ($i=1, 2, \dots, 5$) 为 5 个二级评价指标 p_i 分别对应的一级评价指标 p_{ij} 的权向量; W_0 为 5 个二级评价指标的权向量; $N_i = W_i \circ U_i$ 分别为 5 个二级评价指

表 1 评价指标稳定性分级标准
Table 1 Criteria of stability ranking of evaluation indices

评价指标		等级				
		一级	二级	三级	四级	五级
边坡几何条件 p_1	边坡坡角 $p_{11}/(^{\circ})$	0~20	20~30	30~40	40~50	50~55
	边坡总高度 p_{12}/m	0~30	30~50	50~100	100~200	200~300
地质结构及地质作用 p_2	岩性 p_{21}	很好	较好	一般	较差	很差
	坡向与岩层产状关系 p_{22}	很有利	有利	一般	不利	很不利
	内摩擦角 $p_{23}/(^{\circ})$	35~40	35~28	28~21	21~14	0~14
	黏聚力 p_{24}/MPa	0.25~0.30	0.25~0.15	0.15~0.10	0.10~0.05	0~0.05
锚固体承载力 p_3	注浆体与锚孔壁的黏结强度 p_{31}/kPa	900~1 000	550~900	380~550	180~380	0~180
	锚杆与注浆体的黏结强度 p_{32}	高	较高	一般	较低	低
	锚杆强度安全系数 p_{33}	2.2~2.5	2.0~2.2	1.8~2.0	1.6~1.8	0~1.6
水文气候 p_4	地下水 p_{41}	无	微	较明显	较丰富	丰富
	过程降雨量 p_{42}/mm	0~50	50~100	100~150	150~200	200~250
其他因素 p_5	最大地震烈度 p_{51}	1~6	6~7	7~9	9~11	11~12
	人为因素 p_{52}	无	微	弱	较强	强

标所含一级评价指标的综合评价结果向量，也即二级评价矩阵中的行向量； N_0 为二级（最终）评价结果向量，即边坡稳定性等级的隶属度向量，根据最大隶属度原则即可确定锚固边坡稳定性等级。

由上述计算模型可知，尚需建立一级评判矩阵 U_i 以及权向量 W_i 、 W_0 的确定方法。

表3 边坡稳定性等级量化标准

Table 3 Quantitative standard of stability level for slopes

评价等级	一级	二级	三级	四级	五级
评分值 Q	90~100	80~90	70~80	60~70	50~60

2.3 一级评判矩阵确定方法

锚固边坡稳定性分析一级评判矩阵 U_i 是由一级评价指标 p_{ij} 相对于5个评价等级的隶属度构成，故一级评判矩阵的确定可转化为一级评价指标对各评价等级隶属度的确定。为便于分析，本文引入各评价指标对5个评价等级的分级标准见表1^[4]，表中评价指标可分为定性指标和定量指标两大类，为能够统一处理，根据文献[5]量化标准将风险等级进行量化处理，见表3，进而通过评价指标值和表2、3确定其评价等级评分值 Q ，如某工程定量评价指标边坡总高度，若高度为40 m，则由表2、3可知其稳定性评价等级为二级，评价等级为二级的边坡总高度取值范围为30~50 m，评分值 Q 取值范围为80< Q ≤90，将上述两取值范围相对应并采用直线插值方法可得总高度等于40 m时对应的评分值 $Q=85$ ；对于定性评价指标，则根据描述性语言在其对应的评价等级评分值区间中取值。最后，通过隶属函数可得该评价指标对5个评价等级的隶属度，在各类型隶属函数对评价结果具有等效性^[6]的情况下可采用三角形隶属函数，5个评价等级隶属度计算公式分别为

$$\mu_1 = \begin{cases} 0, & (Q < 85) \\ (Q-85)/10, & (85 \leq Q < 95) \\ 1, & (Q \geq 95) \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_2 = \begin{cases} 0, & (Q < 75 \text{ 或 } Q > 95) \\ (Q-75)/10, & (75 \leq Q \leq 85) \\ (95-Q)/10, & (85 < Q \leq 95) \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_3 = \begin{cases} 0, & (Q < 65 \text{ 或 } Q > 85) \\ (Q-65)/10, & (65 \leq Q \leq 75) \\ (85-Q)/10, & (75 < Q \leq 85) \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_4 = \begin{cases} 0, & (Q < 55 \text{ 或 } Q > 75) \\ (Q-55)/10, & (55 \leq Q \leq 65) \\ (75-Q)/10, & (65 < Q \leq 75) \end{cases} \quad (5)$$

$$\mu_5 = \begin{cases} 1, & (Q < 55) \\ (65-Q)/10, & (55 \leq Q < 65) \\ 0, & (Q \geq 65) \end{cases} \quad (6)$$

2.4 权向量确定方法

由于不同专家所给判断结论的可信程度不同，同时专家在判断两两因素相对重要程度时不可能绝对准确，只能给出一个区间范围，因此评价指标权重确定方法的建立必须充分考虑这些特点。

本文建立基于群组决策的不确定型 AHP 方法确定各评价指标的权重，具体实施过程如下：

(1) 邀请 v 位专家基于1-9比例标度法分别对5个二级评价指标以及各二级评价指标对应的一级评价指标进行两两比较，采用区间数表示相互间重要程度，构造出相应的不确定型判断矩阵。并把第 l ($l=1,2,\dots,v$)位专家 S_l 对第 k ($k=1,2,\dots,5$)个二级评价指标所对应的一级评价指标构造的判断矩阵记为 $A_{lk}=(\tilde{a}_{lkij})_{n \times n}$ ，其中 $\tilde{a}_{lkij}=[a_{lkij}^-, a_{lkij}^+]$ ，同理可得由5个二级影响因素两两比较构造的不确定型判断矩阵 $A_{l0}=(\tilde{a}_{l0ij})_{5 \times 5}$ ($l=1,2,\dots,v$)。

(2) 计算单个专家所给评价指标的权重。由于专家所给判断矩阵由区间数构成，无法采用传统层次分析法进行计算，此时引入文献[7]的区间数判断矩阵权重计算方法得第 l 位专家对第 k 个二级评价指标及其各自所含一级评价指标重要程度的区间数权向量 $\tilde{W}_{lk}=(\tilde{w}_{lk1}, \tilde{w}_{lk1}^+, \tilde{w}_{lk2}, \tilde{w}_{lk2}^+, \dots, \tilde{w}_{lkn}, \tilde{w}_{lkn}^+)$ 。

(3) 由于不同专家对同一评价指标给出的权重往往难以完全一致，因此有必要对不同专家的可信度进行判断，本文引入相似性和差异性分析方法^[8]对不同专家所给判断矩阵进行分析，从而衡量专家的可信度，即专家自身权重，具体操作如下：

① 计算不确定型判断矩阵的相似度。将判断矩阵 A_{lk} 进行向量化运算得到它的导出向量：

$$\text{vec}(A_{lk}) = (a_{lk11}^-, \dots, a_{lk1n}^-, a_{lk12}^+, \dots, a_{lk1n}^+, a_{lk21}^-, \dots, a_{lk2n}^-, \dots, a_{lkn1}^-, \dots, a_{lkn}^+, a_{lkn1}^+, \dots, a_{lkn2}^+, \dots, a_{lkn1}^-, \dots, a_{lkn}^+) \quad (7)$$

并令

$$\gamma_{lmk} = (\text{vec}(A_{lk}), \text{vec}(A_{mk})) / (\|\text{vec}(A_{lk})\| \cdot \|\text{vec}(A_{mk})\|) \quad (8)$$

$$\gamma_{lk} = \sum_{m=1, m \neq l}^v \gamma_{lmk}, \quad (l=1,2,\dots,v \quad k=0,1,\dots,5) \quad (9)$$

$$\lambda_{lk} = \gamma_{lk} / \sum_{l=1}^v \gamma_{lk}, \quad (l=1,2,\dots,v \quad k=0,1,\dots,5) \quad (10)$$

相似度 λ_{lk} 反映了专家 S_l 与其他专家结论的相似程度，若相似程度越高，则专家结论越可信。

② 计算不确定型判断矩阵的差异度。设专家 S_l 所给判断矩阵 A_{lk} 的导出向量为 $\text{vec}(A_{lk})$ ，令

$$\sigma_{lk} = \sum_{j=1}^{2n^2} \left| a_{lkj} - \frac{1}{v} \sum_{m=1}^v a_{mkj} \right|, \quad (l=1, 2, \dots, v) \quad (11)$$

$$\delta_{lk} = \sigma_{lk} / \sum_{l=1}^v \sigma_{lk}, \quad (l=1, 2, \dots, v; \quad k=0, 1, \dots, 5) \quad (12)$$

式中: δ_{lk} 为第 l 个专家的评判与其它专家评判的差异度, 差异度越大, 专家可信度越低。

③综合考虑相似度和差异度计算专家的可信度。显然, 若相似度 λ_{lk} 越大、差异度 δ_{lk} 越小, 则 A_{lk} 可信度越高, 其在群组决策中的作用也应该越大, 故专家可信度 r_{lk} 计算可采用如下方法^[8]:

$$r_{lk} = \begin{cases} \lambda_{lk}, & (\sum_{l=1}^v \lambda_{lk} \delta_{lk} = 1) \\ \frac{\lambda_{lk}(1-\delta_{lk})}{1-\sum_{l=1}^v \lambda_{lk} \delta_{lk}}, & (\sum_{l=1}^v \lambda_{lk} \delta_{lk} \neq 1) \end{cases} \quad (13)$$

(4) 计算基于家自身权重下的评价指标权重

①基于专家可信度, 可得二级评价指标及其所含一级评价指标的权向量:

$$\tilde{W}_k = \sum_{l=1}^v r_{lk} \cdot \tilde{W}_{lk}, \quad (k=0, 1, \dots, 5) \quad (14)$$

式中: $\tilde{W}_k = ([w_{k1}^-, w_{k1}^+], [w_{k2}^-, w_{k2}^+], \dots, [w_{kn}^-, w_{kn}^+])$, 该权重是用区间数表示的, 有必要建立合理的转换方法将区间数形式的权重转换为传统的权重表示方法。

②为了使各评价指标权重的表示方法符合工程人员的传统思维习惯, 引入相对优势度分析方法^[9]对 $\tilde{W}_k$ 进行如下处理:

首先, 对 $\tilde{W}_k$ 中的任意两区间数 $\tilde{w}_{ki} = [w_{ki}^-, w_{ki}^+]$ 和 $\tilde{w}_{km} = [w_{km}^-, w_{km}^+]$ ($i, m=1, 2, \dots, n$), 记 $\tilde{w}_{ki} > \tilde{w}_{km}$ 的相对优势度为

$$p(\tilde{w}_{ki} > \tilde{w}_{km}) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2 \exp \left(\frac{w_{ki}^+ - w_{km}^-}{w_{ki}^+ - w_{ki}^- + w_{km}^+ - w_{km}^-} - \frac{1}{2} \right)} & \left(\frac{w_{ki}^+ - w_{km}^-}{w_{ki}^+ - w_{ki}^- + w_{km}^+ - w_{km}^-} \geq \frac{1}{2} \right) \\ \frac{1}{2 \exp \left(\frac{1}{2} \frac{w_{ki}^+ - w_{km}^-}{w_{ki}^+ - w_{ki}^- + w_{km}^+ - w_{km}^-} \right)} & \left(\frac{w_{ki}^+ - w_{km}^-}{w_{ki}^+ - w_{ki}^- + w_{km}^+ - w_{km}^-} < \frac{1}{2} \right) \end{cases} \quad (15)$$

若以 h_{kim} 表示区间数 $\tilde{w}_{ki} > \tilde{w}_{km}$ 的相对优势度, 则对 $\tilde{W}_k$ 中的区间数进行两两相对优势度分析, 可得 h_{kim} 为元素的相对优势度矩阵 $H = (h_{kim})_{n \times n}$ 。

最后采用式 (16) 计算评价指标的权重值, 从

而得到 5 个二级评价指标及其各自所含一级评价指标重要程度的权向量 $W_0 \sim W_5$ 。

$$w_{ki} = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{m=1}^n h_{kim} + \frac{n}{2} - 1 \right) \quad (16)$$

至此, 已建立出基于不确定型 AHP 的锚固边坡稳定性分析模糊评判方法, 其应用于工程分析将更具合理性与可操作性。

3 工程应用

3.1 工程概况

某道路边坡^[4]处于丘陵地区, 坡度为 $20^\circ \sim 30^\circ$, 坡高 45 m, 水平开挖深度为 5.9 m, 边坡岩体主要由强风化岩层构成, 软弱结构面的倾向于坡面的倾向相反, 坡顶覆盖有残积土。边坡所在地区基本烈度小于 6 度, 属于弱地震区, 边坡岩体黏聚力 $c = 65$ kPa, 内摩擦角 $\varphi = 25^\circ$, 地下水较丰富, 其类型主要为松散堆积物中的孔隙水和基岩裂隙水, 主要受大气降水渗入补给, 且边坡所在地区降水丰富, 最大过程降雨量为 180 mm, 该边坡采用了预应力锚索加固, 注浆强度等级为 M30。

3.2 分析过程与结果

为验证本文方法的合理性, 将其应用于该道路边坡, 具体实施过程如下:

①结合工程地质等具体情况确定各一级评价指标稳定性评分值 Q_{ij} , 见表 4。然后, 由式(2)~(6)计算各评价指标对五个稳定性等级的隶属度, 进而可以得到模糊评判矩阵 U_i 。

表 4 评价指标稳定性评分值 Q_{ij}
Table 4 Values of stability assessment for evaluation indices

指标	p_{11}	p_{12}	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}	p_{31}	p_{32}
Q_{ij}	85	82.5	62.5	67.5	76	63	77.5	85
指标	p_{33}	p_{41}	p_{42}	p_{51}	p_{52}			
Q_{ij}	82.5	67.5	64	87.5	82.5			

②计算各评价指标的权重, 在该工程中, 本文邀请了 4 位专家构造不确定型判断矩阵 A_{lk} , 限于篇幅, 本文不再列出 $A_{lk} = (\tilde{a}_{lkij})_{n \times n}$ 的具体结果, 然后采用本文建立的基于群组决策的不确定型 AHP 法计算各评价指标的权重如表 5 所列。

③由式 (1)、表 4 和 U_i 计算得一级模糊评判结果向量 $N_i (i=1, 2, \dots, 5)$, 可得二级模糊评判结果向量 $N_0 = \{0.015\ 6, 0.481\ 1, 0.247\ 3, 0.232\ 3, 0.023\ 7\}$, 由此可知该边坡的稳定性评价等级为

二级，处于较稳定状态，但偏向于三级，需引起注意，必要时应采取一定的监控措施。

表 5 权向量计算结果
Table 5 Result of the weight values

权向量	权向量值
W_0	{0.233 0, 0.200 8, 0.283 9, 0.149 9, 0.132 4}
W_1	{0.509 9, 0.490 1}
W_2	{0.196 3, 0.352 0, 0.286 4, 0.165 3}
W_3	{0.441 8, 0.301 2, 0.257 0}
W_4	{0.521 2, 0.478 8}
W_5	{0.472 9, 0.527 1}

实际工程^[4]与本文方法分析结果一致，表明本文方法分析结果能够较好的反映工程实际，从而验证了本文方法的合理性和可行性。

4 结 论

(1) 二级模糊综合评判方法能够较好的考虑边坡稳定性影响因素的模糊性与层次性，从而使评判结果更能反映工程实际。

(2) 建立基于群组决策的不确定型AHP法确定评价指标的权重，体现了决策过程所具有的不确定性，而且充分利用了专家群体的智慧和经验，从而使得权重的计算更具有合理性和可操作性。

参 考 文 献

- [1] 黄建文, 李建林, 周宜红. 基于 AHP 的模糊评判法在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增刊 1): 2627—2632.
HUANG Jian-wen, LI Jian-lin, ZHOU Yi-hong. Application of fuzzy analysis based on AHP to slope stability evaluation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(Supp.1): 2627—2632.
- [2] 李彰明. 模糊分析在边坡稳定性评价中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(5): 490—495.
LI Zhang-ming. Application of fuzzy analysis in slope stability evaluation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1997, 16(5): 490—495.
- [3] 刘端伶, 谭国焕, 李启光, 等. 岩石边坡稳定性和 fuzzy 综合评判法[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(2): 170—175.
LIU Duan-ling, THAM L G, LEE P K K, et al. The stability of rock slope and fuzzy comprehensive evaluation method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1999, 18(2): 170—175.
- [4] 李强, 韩道均, 唐树名. 锚固边坡稳定性的二级模糊综合评判[J]. 公路交通技术, 2007, (1): 14—17.
LI Qiang, HAN Dao-jun, TANG Shu-ming. Secondary fuzzy comprehensive evaluation of stability of anchored slope[J]. *Technology of Highway and Transport*, 2007, (1): 14—17.
- [5] 曹文贵, 张永杰. 地下结构岩体质量分类的变权重二级模糊综合评判方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(8): 1612—1618.
CAO Wen-gui, ZHANG Yong-jie. Study on two-stage fuzzy synthetic judgment method with changing weight value for rock quality classification in underground structures[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(8): 1612—1618.
- [6] 苏永华, 何满潮, 孙晓明. 岩体模糊分类中隶属函数的等效性[J]. 北京科技大学学报, 2007, 29(7): 670—675.
SU Yong-hua, HE Man-chao, SUN Xiao-ming. Equivalent characteristic of membership function type in rock mass fuzzy classification[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2007, 29(7): 670—675.
- [7] 樊治平, 潘德慧. 不确定型判断矩阵权重计算的一种实用方法[J]. 系统工程, 1996, 14(2): 56—60.
FAN Zhi-ping, PAN De-hui. A practical approach of calculating weights in uncertain judgment matrix[J]. *Systems Engineering*, 1996, 14(2): 56—60.
- [8] 潘仁飞, 邹乐乐, 侯运炳. 基于专家可信度的不确定型 AHP 方法及其应用[J]. 系统工程, 2008, 26(10): 101—106.
PAN Ren-fei, ZHOU Le-le, HOU Yun-bing. The method of uncertain AHP based on expert credibility and its application[J]. *Systems Engineering*, 2008, 26(10): 101—106.
- [9] 段宝彬. 基于区间数的多级模糊优选模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004, 32(4): 478—480.
DUAN Biao-bin. Interval number based multiple fuzzy optimization model[J]. *Journal of Hohai University (Natural Science)*, 2004, 32(4): 478—480.